

# Deformação de Superfícies Não-Rígidas baseada em Princípios Físicos\*

AGNUS AZEVEDO HORTA  
WU, SHIN-TING

Grupo de Computação de Imagens  
Departamento de Engenharia de Computação e Automação Industrial  
Faculdade de Engenharia Elétrica  
C.P. 6101, Unicamp  
13081 - 970 Campinas - SP  
ting,agnus@dca.fee.unicamp.br

**Abstract.** The physically based deformation model proposed in [15] can simulate almost realistic behaviour for non-rigid objects. But there are some situations that require special handling to obtain really satisfactory results. In this paper we present solutions for three situations: movement restrictions, discontinuities and collisions. We also show some deformation simulations for these situations.

## 1 Introdução

Entende-se como objetos rígidos aqueles que podem ser transladados ou rotacionados, sem que as distâncias entre seus pontos sejam alteradas. Se, no entanto, as distâncias entre os pontos sofrerem mudanças dizemos então que o objeto está sendo deformado e ele é não-rígido.

A área de modelagem geométrica inclui a definição da forma geométrica de objetos e os métodos para deformá-los. Os métodos de deformação podem ser utilizados em sistemas de animação para computar a variação sucessiva da geometria de objetos e gerar uma seqüência de quadros (*frames*), que pode criar a ilusão de um comportamento não-rígido desses objetos.

Existem basicamente duas classes de modelos para deformação geométrica:

- Modelos puramente geométricos: Nestes modelos a forma geométrica é deformada através de entidades geométricas auxiliares, tais como os pontos de controle, a malha deformadora (*lattice*) ou o eixo deformador [12, 3, 4, 8, 1]. Cada estado deformado de um objeto corresponde a uma especificação dessas entidades auxiliares. Normalmente não é trivial essa correspondência e, para obter resultados satisfatórios, interações com as entidades auxiliares são necessárias.
- Modelos baseados em princípios físicos: Nestes modelos a forma geométrica dos objetos é calculada em função do tempo, respeitando as leis da

mecânica Newtoniana. Eles procuram representar o comportamento da estrutura interna dos objetos, tais como a elasticidade, a viscoelasticidade, a plasticidade, a termoplasticidade, o derretimento, a fratura, etc [15, 14, 11, 6, 16, 2, 10, 13, 9].

Para o nosso trabalho, que consiste em implementar uma técnica de deformação apropriada para sistemas de animação, optamos pelos modelos baseados em princípios físicos. Esses modelos permitem a geração automática de quadros compostos de objetos com comportamentos próximos da realidade.

Dentre os modelos baseados em princípios físicos, utilizamos, pelo seu custo e pelos seus resultados quase realísticos, o modelo simplificado proposto por Terzopoulos [15]. Este modelo é apropriado para descrever o comportamento de objetos de materiais de moderada até alta elasticidade. Nele a deformação é quantificada através do uso dos conceitos da geometria diferencial de curvas e superfícies [5].

Neste artigo apresentamos algumas melhorias que introduzimos no modelo para tratar as seguintes situações:

- restrições de movimento,
- discontinuidades no espaço paramétrico e
- colisões.

O artigo é organizado nas seguintes seções. Para facilitar a compreensão do texto são apresentadas na seção 2 algumas noções básicas da geometria diferencial de superfícies. A seção 3 descreve sucintamente

\*Este trabalho contou com o apoio do CNPq

a nossa interpretação do modelo proposto em [15]. A seguir, na seção 4, mostramos a forma discreta do modelo. Baseado nessa forma discreta explicaremos na seção 5 as nossas soluções para as três situações mencionadas. Na seção 6 são mostradas alguns resultados de simulação do comportamento de objetos deformáveis. Finalmente, na seção 7 são comentados os pontos que podem ser explorados para melhorar ainda mais o modelo.

**2 Noções Básicas**

Ao vetor posição  $\vec{r}(x, y, z)$  de um ponto  $P$  qualquer no espaço 3D podemos associar as suas coordenadas a um conjunto único de coordenadas  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$  através das seguintes funções:

$$\begin{aligned} x &= x(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) \\ y &= y(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) \\ z &= z(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) \end{aligned} \quad (1)$$

As coordenadas  $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$  são denominadas as *coordenadas curvilíneas* de  $P$ . O valor  $n$  corresponde à dimensão do objeto no espaço 3D ao qual o ponto pertence. Para  $n = 1$  o objeto é uma curva,  $n = 2$ , uma superfície e  $n = 3$ , um corpo sólido no espaço 3D.

Sendo

$$d\vec{r} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial a_1} da_1 + \frac{\partial \vec{r}}{\partial a_2} da_2 + \frac{\partial \vec{r}}{\partial a_3} da_3 + \dots + \frac{\partial \vec{r}}{\partial a_n} da_n, \quad (2)$$

o quadrado de comprimento de arco em coordenadas curvilíneas pode ser expresso por

$$dl^2 = d\vec{r} \cdot d\vec{r} = \sum_i^n \sum_j^n G_{ij} da_i da_j, \quad (3)$$

onde

$$G_{ij}(\vec{r}(\vec{a})) = \frac{\partial \vec{r}}{\partial a_i} \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial a_j}. \quad (4)$$

A equação (3) é conhecida como *primeira forma quadrática fundamental* ou *tensor métrico* e as quantidades  $G_{ij}$  são denominadas *coeficientes métricos*.

A *curvatura* de uma curva qualquer num ponto mede o grau de variação do ângulo que as tangentes vizinhas fazem com a tangente nesse ponto. A *curvatura normal* de uma curva  $C$  sobre uma superfície  $S$  num ponto  $P$  é dada por:

$$k_n = k \cos \theta, \quad (5)$$

onde  $k$  é a curvatura de  $C$  em  $P$  e  $\theta$ , o ângulo entre o vetor normal a  $C$  e o vetor normal a  $S$  em  $P$ .

Pode-se mostrar que

$$k_n = \sum_i^2 \sum_j^2 B_{ij} da_i da_j, \quad (6)$$

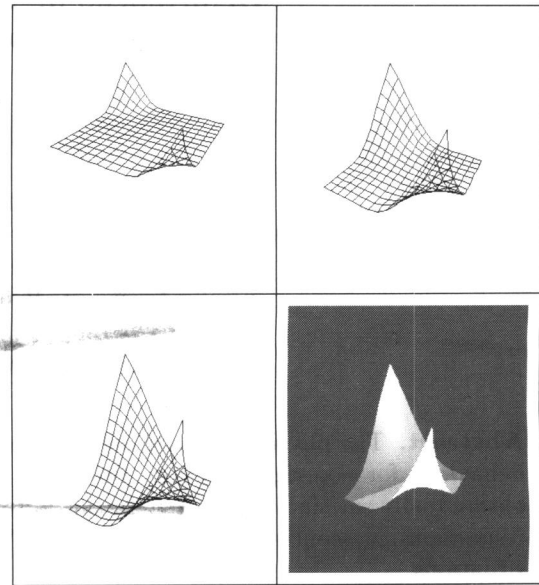


Figura 1: Objeto flexível preso em dois pontos fixos

onde

$$B_{ij}(\vec{r}(\vec{a})) = \vec{n} \cdot \frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial a_i \partial a_j} \quad (7)$$

A equação (6) é denominada *segunda forma quadrática* ou "*tensor de curvatura*" e as quantidades  $B_{ij}$  são denominadas *coeficientes de curvatura*.

**3 Modelo Simplificado de Deformação**

Nesta seção apresentamos sucintamente o modelo simplificado proposto em [15].

A equação de movimento é obtida da mecânica Newtoniana, onde no instante  $t$  as forças aplicadas externamente sobre um objeto, na posição  $\vec{r}(\vec{a}, t)$ , devem igualar com a somatória de suas forças inercial, de amortecimento e elástica. Esta equação pode ser escrita na forma de Lagrange como:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \mu \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \right) + \gamma \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} + \frac{\delta \epsilon(\vec{r})}{\delta \vec{r}} = \vec{f}(\vec{r}, t), \quad (8)$$

onde

- $\mu(\vec{a})$  é a densidade de massa do objeto no ponto especificado em função de  $\vec{a}$ ,
- $\gamma(\vec{a})$ , a densidade de amortecimento, especificada em função de  $\vec{a}$ ,
- $\vec{f}(\vec{r}, t)$ , as forças aplicadas externamente no instante  $t$ , especificadas em função de  $\vec{r}$ , e
- $\epsilon(\vec{r})$ , o funcional que exprime a energia potencial instantânea líquida da deformação elástica do objeto, especificado em função de  $\vec{r}$ .

De acordo com os estudos da mecânica de materiais a computação da energia elástica ( $\epsilon(\vec{\mathbf{r}})$ ) deve se baseiar na *lei generalizada de Hook*, em que se leva em consideração o módulo de elasticidade e as tensões e deformações sofridas pelos pontos do objeto em cada direção. Esse procedimento consegue simular de forma bastante fiel o comportamento de uma grande variedade de materiais, mas é computacionalmente caro. Como os resultados requeridos em muitos sistemas de animação são apenas imagens *próximas* do realismo, tem-se procurado por uma técnica que contrabalance o custo e o realismo.

Uma das soluções é a proposta por Terzopoulos [15], que consiste em usar a norma da diferença dos tensores métricos e de curvatura do seu estado deformado em relação ao tensor no seu estado de repouso para estimar *razoavelmente* a energia elástica de uma superfície, ou seja:

$$\epsilon(\vec{\mathbf{r}}) = \int_{\Omega} \|\mathbf{G} - \mathbf{G}^0\|_{\alpha}^2 + \|\mathbf{B} - \mathbf{B}^0\|_{\beta}^2 da_1 da_2. \quad (9)$$

Esta norma é uma medida da energia necessária para deslocar os pontos da superfície, definida sobre  $\Omega$ , dos seus estados de repouso. Utilizando a norma ponderada da matriz, obtemos a seguinte energia de deformação simplificada:

$$\epsilon(\vec{\mathbf{r}}) = \int_{\Omega} \sum_{i,j} (\eta_{ij}(G_{ij} - G_{ij}^0)^2 + \xi_{ij}(B_{ij} - B_{ij}^0)^2) da_1 da_2 \quad (10)$$

A partir da equação (10) obtém-se uma boa aproximação de força interna  $\delta\epsilon(\vec{\mathbf{r}})/\delta\vec{\mathbf{r}}$  devido à deformação sofrida pelo objeto [7]:

$$\vec{\mathbf{e}}(\vec{\mathbf{r}}) = \sum_{i,j} -\frac{\partial}{\partial a_i} \cdot \left( \alpha_{ij} \frac{\partial \vec{\mathbf{r}}}{\partial a_j} \right) + \frac{\partial^2}{\partial a_i \partial a_j} \left( \beta_{ij} \frac{\partial^2 \vec{\mathbf{r}}}{\partial a_i \partial a_j} \right) \quad (11)$$

onde

$$\alpha_{ij}(\vec{\mathbf{a}}) = \eta_{ij}(G_{ij} - G_{ij}^0) \quad (12)$$

$$\beta_{ij}(\vec{\mathbf{a}}) = \xi_{ij}(B_{ij} - B_{ij}^0) \quad (13)$$

$\eta_{ij}$  e  $\xi_{ij}$  podem ser interpretados como quantificadores das propriedades elásticas do material do objeto em cada ponto  $\vec{\mathbf{a}}$ . Eles tem um papel similar ao módulo de elasticidade da *lei generalizada de Hook*.

#### 4 Discretização

Esta seção foi incluída para facilitar a compreensão das soluções propostas na seção 5.

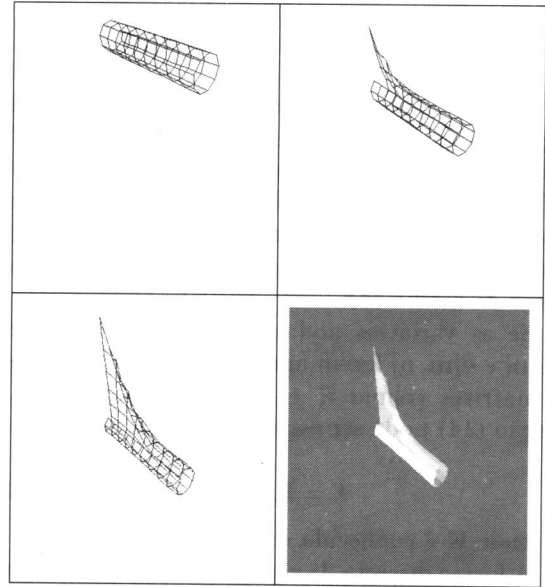


Figura 2: Deformação em pontos descontínuos segundo Terzopoulos

Para simular a dinâmica do objeto realizamos a discretização da equação (11) pela técnica de diferenças finitas conforme a sugestão do Terzopoulos [15]. A discretização transforma a equação diferencial parcial em um sistema de equações diferenciais ordinárias.

O espaço contínuo  $\Omega$  é discretizado em uma malha de  $M$  por  $N$  nós, onde cada nó  $(m, n)$  representa um ponto discreto (ou uma *variável nodal*)  $\vec{\mathbf{r}}(\mathbf{m}, \mathbf{n})$  no espaço 3D. Ao conjunto de variáveis nodais  $\vec{\mathbf{r}}(\mathbf{m}, \mathbf{n})$  definidas para  $MN$  nós denomina-se a *malha de funções*, representada por  $\vec{\mathbf{r}}[\mathbf{m}, \mathbf{n}]$ .

As equações (11), (12) e (13) são discretizadas, respectivamente, para:

$$\epsilon_{ij}[m, n] = \sum_{i,j} -D_i^-(\vec{\mathbf{p}})[m, n] + D_{ij}^{(-)}(\vec{\mathbf{q}})[m, n] \quad (14)$$

onde

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{p}} &= \alpha_{ij}[m, n] D_j^+(\vec{\mathbf{r}})[m, n] \\ \vec{\mathbf{q}} &= \beta_{ij}[m, n] D_{ij}^{(+)}(\vec{\mathbf{r}})[m, n] \end{aligned} \quad (15)$$

$$\alpha_{ij}[m, n] = \eta_{ij}[m, n] (D_i^+(\vec{\mathbf{r}})[m, n] \cdot D_j^+(\vec{\mathbf{r}})[m, n] - G_{ij}^0) \quad (16)$$

e

$$\beta_{ij}[m, n] = \xi_{ij}[m, n](\bar{\mathbf{n}}[m, n] \cdot D_{ij}^{(+)}(\bar{\mathbf{r}})[m, n] - B_{ij}^0). \quad (17)$$

Observe que os valores dos operadores de diferença são indeterminados para os pontos nas fronteiras do domínio  $\Omega$ . Entretanto, uma condição natural de fronteira pode ser simulada igualando-se a zero o valor de qualquer operador de diferença na equação (15) envolvendo  $\bar{\mathbf{r}}(\mathbf{m}, \mathbf{n})$  que não correspondem aos pontos da malha MN.

Se as variáveis nodais das malhas de funções  $\mathbf{r}[\mathbf{m}, \mathbf{n}]$  e  $\mathbf{e}[\mathbf{m}, \mathbf{n}]$  forem agrupadas, respectivamente, em matrizes coluna  $\mathcal{R}$  e  $\mathcal{E}$ , de dimensão MN, a equação (14) pode ser escrita em forma matricial

$$\mathcal{E} = \mathbf{K}(\bar{\mathbf{r}})\mathcal{R} \quad (18)$$

onde  $\mathbf{K}$  é conhecida como *matriz de rigidez*.

A forma discreta da equação de movimento pode ser então expressa pelo seguinte sistema acoplado de equações diferenciais ordinárias:

$$\mathbf{M} \frac{\partial^2 \bar{\mathcal{R}}}{\partial t^2} + \mathbf{C} \frac{\partial \bar{\mathcal{R}}}{\partial t} + \mathbf{K}(\bar{\mathbf{r}})\mathcal{R} = \mathcal{F} \quad (19)$$

onde

- $\mathbf{M}$  é a matriz diagonal formada pela densidade de massa de cada elemento,
- $\mathbf{C}$ , a matriz diagonal formada pela densidade de amortecimento de cada elemento e
- $\mathcal{F}$ , a matriz coluna contendo a força externa aplicada a cada elemento, calculada a partir de  $\bar{\mathbf{f}}(\bar{\mathbf{r}}, t)$

Para simular a dinâmica de um objeto não-rígido, o sistema de equações diferenciais (19) deve ser integrado no tempo. As equações serão integradas utilizando um procedimento passo-a-passo, o qual converte um sistema de equações diferenciais ordinárias não lineares em uma seqüência de sistemas lineares.

O intervalo de tempo de  $t=0$  até  $t=T$  é subdividido em intervalos de tempo iguais  $\Delta t$ , e o processo de integração computa a seqüência de soluções aproximadas nos instantes  $t$ ,  $t+\Delta t$ ,  $t+2\Delta t$ , ...,  $T$ . Calculando  $\mathcal{E}$  em  $t + \Delta t$  e  $\mathcal{F}$  em  $t$ , e substituindo as aproximações discretas no tempo

$$\frac{\partial^2 \mathcal{R}}{\partial t^2} = (\mathcal{R}_{t+\Delta t} - 2\mathcal{R} + \mathcal{R}_{t-\Delta t})/\Delta t^2 \quad (20)$$

$$\frac{\partial \mathcal{R}}{\partial t} = (\mathcal{R}_{t+\Delta t} - \mathcal{R}_{t-\Delta t})/2\Delta t \quad (21)$$

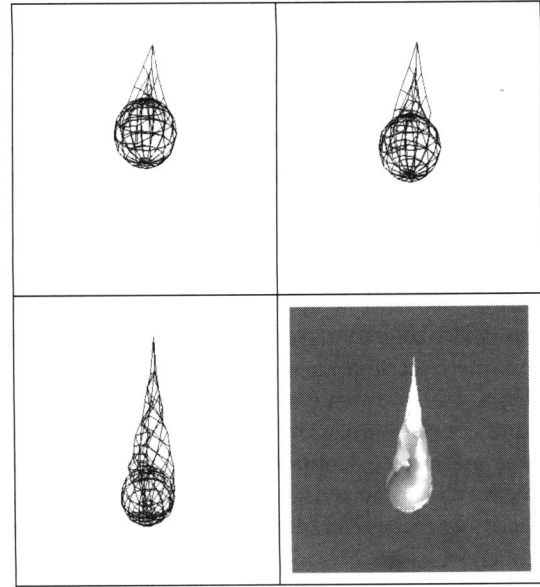


Figura 3: O "desenrolamento" de uma esfera

na equação (19), obtém-se

$$\mathbf{A}_t \mathcal{R}_{t+\Delta t} = \mathcal{G}, \quad (22)$$

onde

$$\mathbf{A}_t = \mathbf{K}(\bar{\mathbf{r}}_t) + \left( \frac{1}{\Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C} \right) \quad (23)$$

e

$$\mathcal{G}_t = \mathcal{F}_t + \left( \frac{1}{\Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{1}{2\Delta t} \mathbf{C} \right) \mathcal{R}_t + \left( \frac{1}{\Delta t} \mathbf{M} - \frac{1}{2} \mathbf{C} \right) \mathcal{V}_t. \quad (24)$$

A matriz coluna de velocidades  $\mathcal{V}_t$  é dada por:

$$\mathcal{V}_t = (\mathcal{R}_t - \mathcal{R}_{t-\Delta t})/\Delta t \quad (25)$$

## 5 Soluções Propostas

Nesta seção discutiremos algumas soluções adotadas por nós para estender a representatividade do modelo.

### 5.1 Tratamento de Restrições

Restrições são condições que impomos a determinados pontos da malha para que eles permaneçam estacionários. Isto nos permite modelar situações em que fixamos um objeto não-rígido em um ou mais pontos, como uma bandeira presa a um mastro, uma cortina pendurada ou uma rede pendurada.

As restrições podem ser modeladas através da especificação de *pontos fixos* ou *pontos congelados*. Estes pontos possuem a característica de suas coordenadas permanecerem constantes durante todas as iterações.

Segundo a proposta sugerida em [2] o efeito de um ponto congelado  $\vec{r}$  pode ser facilmente obtido eliminando da matriz de rigidez  $\mathbf{K}$  a linha e a coluna correspondentes a ele. Fisicamente isso significa desvincular totalmente a dependência entre o ponto fixo dos seus pontos vizinhos, levando à geração de comportamentos imprevisíveis desses pontos vizinhos.

Preferimos abordar este problema de uma maneira diferente. Ao invés de zerar a linha e a coluna, propomos zerar da matriz  $\mathbf{K}$  apenas a linha correspondente ao ponto congelado, exceto o elemento da diagonal principal (Figura 1). A interpretação física dessa abordagem seria eliminar a influência dos demais pontos neste ponto congelado, mantendo porém a influência deste nos demais. Esta influência é expressa através dos operadores de diferença. Além disso devem ser observadas as seguintes condições:

- $\vec{f}(\vec{r}, t) = 0$  para  $\forall t$ , porque as deformações são função das forças aplicadas e como desejamos que neste ponto não ocorram deformações devemos zerar esta componente na equação (19), e
- $\vec{v}_0(\vec{r}) = 0$ , pelo fato do ponto ser estacionário.

É interessante mencionar aqui que em [15] foi sugerido o método de Cholesky para resolver a equação (22). Mas, ao introduzirmos restrições nos pontos, a matriz  $\mathbf{K}$  não é mais simétrica. Portanto, foi utilizado na nossa implementação o método genérico de fatoração LU.

### 5.2 Tratamento de Descontinuidades

Segundo Terzopoulos [15] descontinuidades irão geralmente ocorrer nos pontos da fronteira de uma superfície. Para tratar esses pontos, ele sugere que seja igualado a zero todo operador de diferença que envolve  $\vec{r}(\mathbf{m}, \mathbf{n})$  em lados opostos da fronteira. Uma interpretação física a esta abordagem seria anular a influência dos pontos inexistentes em lados opostos da fronteira.

Observamos, entretanto, que pontos distintos no espaço  $\Omega$ , coordenadas  $(a_1, a_2)$ , podem ser mapeados num mesmo ponto no espaço  $\mathbb{R}^3$ , coordenadas  $(x, y, z)$ , de forma que descontinuidades no espaço  $\Omega$  não implicam necessariamente descontinuidades visuais no espaço  $\mathbb{R}^3$ . E se adotarmos a estratégia de Terzopoulos, uma superfície originalmente fechada

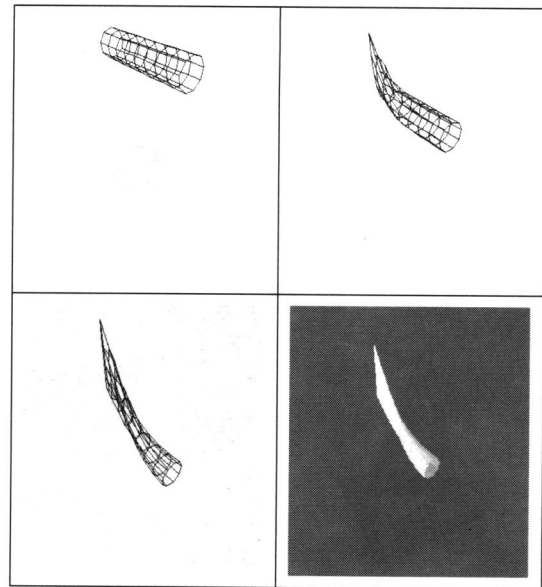


Figura 4: Deformação em pontos descontínuos segundo a nossa proposta

em  $\mathbb{R}^3$ , porém aberta em  $\Omega$ , (por exemplo, um cilindro) pode ficar aberto no processo de deformação, mesmo que nenhuma "força de corte" seja aplicada (Figura 2), podendo produzir efeitos bastante interessantes (Figura 3). Mas, para algumas aplicações esse fenômeno pode ser indesejável.

Como uma forma de contornar isso, propomos uma nova abordagem para tratar as descontinuidades no espaço  $\Omega$ .

Quando os pontos são contínuos visualmente, mesmo que eles não sejam contínuos no espaço  $\Omega$ , utilizaremos os seus pontos vizinhos no espaço  $\mathbb{R}^3$  para computar os operadores de diferenças. Esta abordagem está fundamentada no fato de que, como vimos na seção 4, para estimar a energia potencial de deformação só interessam ao modelo proposto as diferenças entre os vetores-posição dos pontos da superfície no espaço  $\mathbb{R}^3$  (Figura 4).

Essa nova abordagem requer, porém, o conhecimento das informações de adjacência (ou conectividade) entre os pontos de uma superfície no espaço  $\mathbb{R}^3$ . Uma forma para armazenar essas informações seria utilizar o modelo *brep*. No nosso caso, usamos o módulo de dados TDM [17] para gerenciar essas informações.

### 5.3 Tratamento de Colisões

A colisão ocorre quando dois objetos ficam tão próximos um do outro que a força de interação entre eles

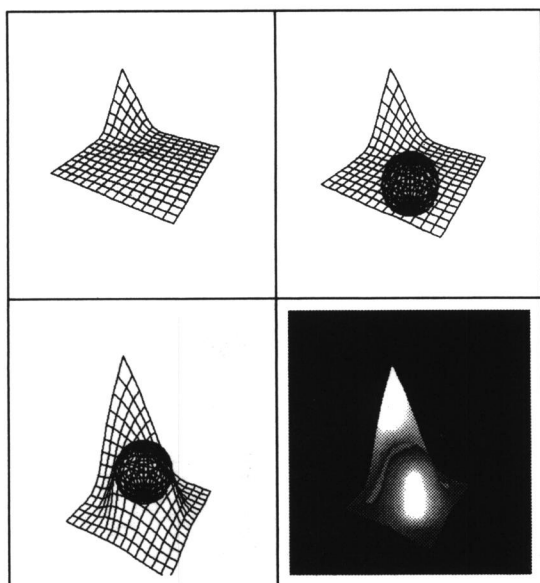


Figura 5: Colisão entre um objeto flexível e uma esfera rígida

não possa ser mais considerada desprezível. Dependendo do material do objeto e da força de interação, os objetos colididos podem sofrer deformações, procurando se moldar um ao outro.

Terzopoulos propôs um tratamento de colisão entre um obstáculo rígido e um objeto não-rígido. Ele associa ao obstáculo uma força de repulsão que atua como força externa sobre o objeto não-rígido. Essa força de repulsão é expressa em função da equação implícita do obstáculo  $h(\vec{r})$

$$f_{colisao} = - \left( \frac{\nabla h(\vec{r})}{\epsilon} \exp \left( - \frac{h(\vec{r})}{\epsilon} \right) \cdot \vec{n} \right) \vec{n}, \quad (26)$$

de forma que pontos de equilíbrio se encontram sobre a superfície do obstáculo. Observe que essa força tem uma direção contrária a do vetor normal da superfície do objeto e aumenta exponencialmente à medida que ele se aproxima do obstáculo ou entra nele. Portanto, a direção do vetor normal da superfície tem um papel importante no tipo de comportamento desejado. Por exemplo, se quisermos que um plano caia "livremente" na direção de um obstáculo, a direção do vetor normal desse plano deve coincidir com a direção da força gravitacional (Figura 5).

A grande inconveniência da solução de Terzopoulos é que ela requer o conhecimento da representação em forma implícita da geometria dos obstáculos. Para vencer esta limitação, introduzimos uma

nova definição da força de colisão.

A nossa proposta é definir em volta de cada ponto do obstáculo uma esfera rígida de raio  $\delta$  e considerar que a colisão seja entre essas pequenas esferas rígidas e o objeto não-rígido. Isso significa que, ao invés de atribuir a força de repulsão a um objeto, atribuiremos essa força a um conjunto de objetos. Embora esse procedimento seja computacionalmente mais caro, ele tem a vantagem de ser independente da geometria do obstáculo em consideração.

Outro ponto crítico na simulação de colisões é a determinação do instante em que inicia uma colisão, uma vez que o tempo é discretizado. As iterações são computadas a intervalos de tempo regulares, por isso é possível que a colisão ocorra exatamente no intervalo entre dois instantes subsequentes. Para evitar isso podemos introduzir uma função para detectar o instante em que os objetos ficam bem próximos e aplicar a sugestão proposta em [15] que consiste em reduzir automaticamente o intervalo entre dois instantes de iteração subsequentes.

## 6 Resultados

As figuras apresentadas neste artigo foram geradas utilizando os parâmetros:

$\eta_{ij}$	0.3
$\xi_{ij}$	0.0
$\delta t$	0.03
forças externas $f_i$	$m_i(0.0, -9.8, 0.0)$
$\alpha_{ij}$	eq. (16)
$\beta_{ij}$	eq. (17)

com as seguintes exceções:

- nas Figuras 1 e 4 tem-se dois pontos fixos,
- nas Figuras 3 e 2, um ponto fixo,
- na Figura 5, um ponto fixo e com o acréscimo da força de colisão gerada pela esfera sólida (obstáculo rígido), e
- na Figura 6, um ponto fixo e  $\beta_{ij} = 12000$ . Foi utilizado um valor constante para  $\beta_{ij}$ , porque não obtivemos resultados satisfatórios através de  $\xi_{ij}$  (eq. 17). Isso já foi previsto em [15].

## 7 Conclusões

Foram utilizadas as funções da biblioteca **meschach** de domínio público para resolução da equação (22).

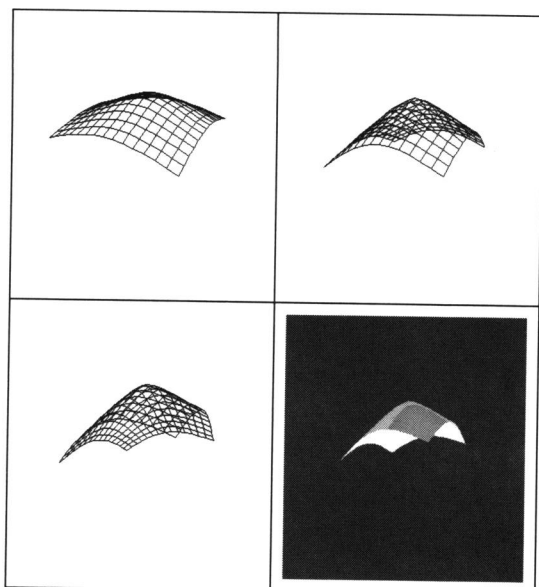


Figura 6: Plano flexível a variação de curvatura

Através de exaustivos testes, concluímos que o modelo implementado consegue simular o comportamento de um grande domínio de materiais, desde que os parâmetros  $\eta$  e  $\xi$  sejam corretamente definidos para cada nó do espaço  $\Omega$ . Precisamos, entretanto, responder ainda a seguinte questão: "Para uma superfície de um dado material quais são os valores razoáveis de  $\eta$  e  $\xi$ ?" Em [10] apresentam-se algumas indicativas. Como continuidade deste trabalho, gostaríamos de testar exaustiva e sistematicamente diferentes faixas de valores de  $\eta$  e  $\xi$  e tentar estabelecer uma correspondência entre essas faixas e diferentes tipos de materiais.

Pretendemos ainda integrar o módulo implementado no sistema ProSim<sup>1</sup>, em desenvolvimento no DCA da Faculdade de Engenharia Elétrica da Unicamp. Está em fase de estudo uma interface gráfica interativa para especificação das características físicas de uma superfície e visualização dos resultados obtidos através do **mpeg-player**, um *software* de domínio público.

## 8 Agradecimentos

Gostariamos de agradecer aos Srs. Demetri Terzopoulos e Tim McInerney pela atenção nos esclarecimentos de algumas dúvidas que tivemos sobre a implementação do modelo proposto em [15].

<sup>1</sup>Prototipação e Síntese de Imagens Fotorealistas e Animação

## Referências

- [1] Dominique Bechmann. Space deformation models survey. *Computer & Graphics*, 18(4):571–586, 1994.
- [2] George Celniker and Dave Grossard. Deformable curve and surface finite-elements for free-form shape design. *Computer Graphics*, 25(4):257–266, July 1991.
- [3] Sabine Coquillart. Extend free-form deformation: A sculpturing tool for 3d geometric modeling. 24(4):187–196, august 1990.
- [4] Sabine Coquillart and Perre Jancine. Animated free-form-deformation: An interactive animation technique. *Computer Graphics*, 25(4):23–26, July 1990.
- [5] M. P. do Carmo. *Differential Geometry of Curves and Surfaces*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1976.
- [6] John Pentland and John Willians. Good vibrations: Modal dynamics for graphics and animation.
- [7] Agnus Azevedo Horta. Deformação de objetos elásticos. Master's thesis, Unicamp, 1995.
- [8] Willian M Hsu and John Huges. Direct manipulation of free form deformation. *Computer Graphics*, 26(2):177–184, July 1992.
- [9] Dimitri Metaxas and Demetri Terzopoulos. Dynamic deformation of solid primitives with constraints. *Computer Graphics*, 26(2):309–312, July 1992.
- [10] Nadia M. Thalmann Michel Carignan, Ying Yang and Daniel Thalmann. Dressing animated synthetic actors with complex deformable clothes. *Computer Graphics*, 26(2):99–104, july 1992.
- [11] John C. Platt and Alan H. Barr. Constraint methods for flexible models. *Computer Graphics*, 22(4):269–278, August 1988.
- [12] Thomas W. Sederberg and Scott Parry. Free-form deformation of solid geometric models. *Computer Graphics*, 20(4):151–160, July 1986.
- [13] Richard Szeliski and David Tonnesen. Surface modeling with oriented particle system. *Computer Graphics*, 26(2):185–194, July 1992.

- [14] Demetri Terzopoulos. Modeling inelastic deformation: Viscoelasticity, plasticity, fracture. *Computer Graphics*, 22(4):269-278, August 1988.
- [15] Demetri Terzopoulos. Elastically deformable models. *Computer Graphics*, 21(4):205-214, July 87.
- [16] Andrew Witkin and Willian Welch. Fast animation and control of nonrigid structures. *Computer Graphics*, 24(4):243-252, August 1990.
- [17] Shin-Ting Wu. *Topologie von Hybriden Objekten*. PhD thesis, THDarmstadt, Darmstadt, 1991.